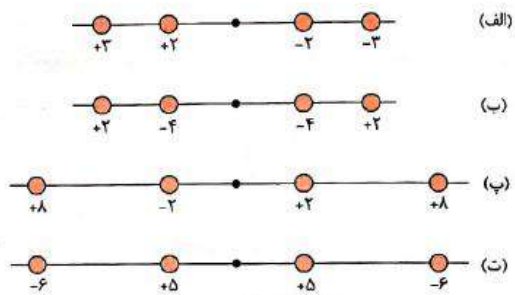
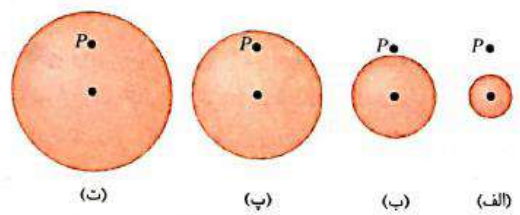
۷ شکل ۲۳-۲۶ چهار وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها چهار میله‌ی خیلی بلند به سمت داخل و خارج صفحه امتداد یافته‌اند (ما فقط مقطع آنها را می‌بینیم). مقادیر زیر هر مقطع، چگالی بار یکنواخت مربوط به هر میله را بر حسب میکروکولن به‌دست می‌دهد. میله‌ها مطابق شکل به فاصله‌ی d یا $2d$ از هم قرار گرفته‌اند، و یک بار نقطه‌ای در وسط فاصله‌ی دو میله‌ی داخلی نشان داده شده است. این چهار وضعیت را بر طبق بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه‌ی مرکزی به‌گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.



شکل ۲۳-۲۶ پرسش ۷

۸ شکل ۲۳-۲۷ چهار کره‌ی توپر را نشان می‌دهد که هر یک دارای بار Q است که در سرتاسر حجم آنها به‌طور یکنواخت توزیع شده است. (الف) این کره‌ها را بر طبق چگالی حجمی بار آنها به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد. این شکل همچنین نقطه‌ی P را برای هر کره نشان می‌دهد که در هر چهار وضعیت به فاصله‌ی یکسانی از مرکز کره قرار دارد. (ب) کره‌ها را بر طبق بزرگی میدان الکتریکی حاصل از آنها در نقطه‌ی P به‌گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.

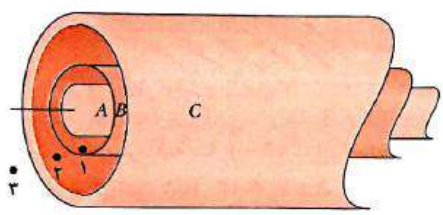


شکل ۲۳-۲۷ پرسش ۸

۹ یک گوی باردار کوچک داخل یک پوسته‌ی کروی فلزی به شعاع R قرار دارد. برای سه وضعیت، بارهای خالص روی گوی و پوسته به ترتیب عبارت‌اند از: (۱) $+4q$، 0؛ (۲) $-6q$، $+10q$؛ (۳) $+16q$، $-12q$. این وضعیت‌ها را بر طبق بار روی (الف) سطح داخلی پوسته و (ب) سطح خارجی پوسته به‌گونه‌ای مرتب کنید که مثبت‌ترین مقدار در ابتدا باشد.

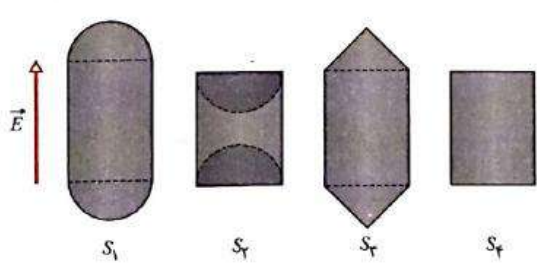
۱۰ وضعیت‌های پرسش ۹ را بر طبق بزرگی میدان الکتریکی در (الف) وسط پوسته و (ب) در نقطه‌ای به فاصله‌ی $2R$ از مرکز پوسته، به‌گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.

۱۱ شکل ۲۳-۲۸ مقطعی از سه استوانه‌ی باردار را که روی یک محور هم‌مرکزند، نشان می‌دهد. استوانه‌ی مرکزی A بار یکنواخت $q_A = +3q_0$ را دارد. چه بارهای یکنواخت q_B و q_C یی باید روی استوانه‌های B و C قرار داشته باشند تا (در صورت امکان) میدان الکتریکی خالص در (الف) نقطه‌ی ۱، (ب) نقطه‌ی ۲، و (پ) نقطه‌ی ۳، صفر شود؟



شکل ۲۳-۲۸ پرسش ۱۱

۱۲ شکل ۲۳-۲۹ چهار سطح گاوسی را نشان می‌دهد که شامل بخش‌های میانی استوانه‌ای‌شکلِ یکسانی با سرپوش‌های متفاوتی هستند. هر چهار سطح در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ قرار دارند که موازی محور مرکزیِ هر یک از بخش‌های استوانه‌ای است. سرپوش‌ها شکل‌های زیر را دارند: S_1، نیمکره‌های محدّب؛ S_2، نیمکره‌های مقعر؛ S_3، مخروطی؛ S_4، قرص‌های تخت. این سطح‌ها را بر طبق (الف) شار الکتریکی خالص عبوری از آنها و (ب) شار الکتریکی عبوری از سرپوش‌های بالایی به‌گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.



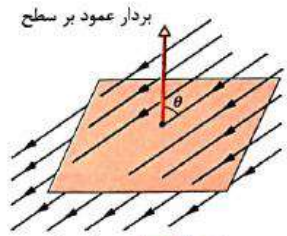
شکل ۲۳-۲۹ پرسش ۱۲

مسئله‌ها

حل با راهنمایی مرحله به مرحله (بسته به صلاحدید مدرّس) در WileyPLUS و WebAssign موجود است.
• - •• تعداد نقطه‌ها سطح دشواری مسئله را مشخص می‌کند.
ILW حل در
WWW حل به روش تعاملی در
http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.
اطلاعات بیشتر در کتاب نمایش هیجان‌انگیز فیزیک و در www.flyingcircusofphysics.com

بخش ۲۳-۱ شار الکتریکی

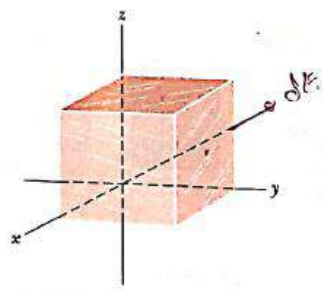
• ۱ طول هر ضلع سطح مربعی نشان داده شده است در شکل ۲۳-۳۰ برابر با ۳٫۲mm است. این سطح در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $E = ۱۸۰۰ \text{N/C}$ قرار گرفته است و همان‌طور که شکل نشان می‌دهد خطوط میدان، با بردار عمود بر این سطح زاویه‌ی $\theta = ۳۵°$ می‌سازند. بردار عمود بر سطح "برون‌سو" است، گویی که این سطح روی وجه جعبه‌ای قرار دارد. شار الکتریکی عبوری از این سطح را محاسبه کنید.



شکل ۲۳-۳۰ مسئله‌ی ۱

•• ۲ یک میدان الکتریکی که با $\vec{E} = ۴٫۰\hat{i} - ۳٫۰(y^۲ + ۲٫۰)\hat{j}$ داده شده است از مکعب گاوسی شکل ۲۳-۷ به ضلع ۲٫۰m می‌گذرد. (بزرگی E برحسب نیوتون بر کولن و مکان x بر حسب متر است.) شار الکتریکی عبوری از (الف) وجه بالایی، (ب) وجه پایینی، (پ) وجه سمت چپ، و (ت) وجه عقبی چقدر است؟ (ث) شار الکتریکی خالص عبوری از مکعب چقدر است؟

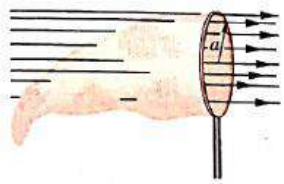
•• ۳ مکعب نشان داده شده در شکل ۲۳-۳۱ دارای ضلعی به طول ۱٫۴۰m است و مطابق شکل در فضای یک میدان الکتریکی یکنواخت قرار گرفته است. شار الکتریکی عبوری از وجه سمت راست را در صورتی بیابید که میدان الکتریکی، برحسب نیوتون بر کولن، با (الف) $۶٫۰۰\hat{i}$، (ب) $۲٫۰۰\hat{j}$ و (پ) $۴٫۰۰\hat{k} + ۳٫۰۰\hat{i}$ داده شده باشد. (ت) شار کلّ عبوری از این مکعب به‌ازای هر یک از این میدان‌ها چقدر است؟



شکل ۲۳-۳۱ مسئله‌های ۳، ۶ و ۹

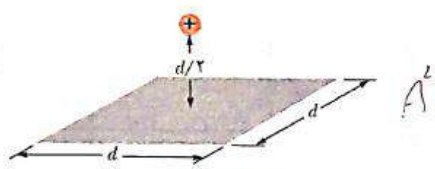
بخش ۲۳-۲ قانون گاوس

• ۴ در شکل ۲۳-۳۲، یک تور پروانه‌گیری در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $E = ۳۰\text{mN/C}$ قرار گرفته است. قاب تور، دایره‌ای است به شعاع $a = ۱۱\text{cm}$ که عمود بر میدان الکتریکی قرار دارد. تور حاوی هیچ بار خالصی نیست. شار الکتریکی عبوری از تور را پیدا کنید.



شکل ۲۳-۳۲ مسئله‌ی ۴

•• ۵ در شکل ۲۳-۳۳، پروتونی مستقیماً به فاصله‌ی $d/۲$ بالای مرکز مربعی به ضلع d قرار دارد. بزرگی شار الکتریکی عبوری از این مربع چقدر است؟ (*راهنمایی:* این مربع را به‌صورت یک وجه مکعبی به ضلع d تصور کنید.)



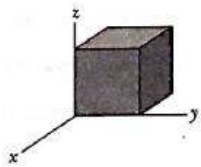
شکل ۲۳-۳۳ مسئله‌ی ۵

•• ۶ در هر نقطه روی سطح مکعب نشان داده شده در شکل ۲۳-۳۱، میدان الکتریکی موازی با محور z است. طول هر ضلع این مکعب ۳٫۰m است. در وجه بالایی مکعب $\vec{E} = -۳۴\hat{k}\,\text{N/C}$، و در وجه پایینی $\vec{E} = +۲۰\hat{k}\,\text{N/C}$ است. بار خالص محصور شده در داخل این مکعب را تعیین کنید.

•• ۷ بار نقطه‌ای ۱٫۸μC در مرکز یک سطح گاوسی مکعبی به ضلع ۵۵cm قرار دارد. شار الکتریکی خالص عبوری از این سطح چقدر است؟

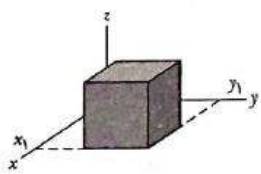
••• وقتی شیر دوش را در حمام دربسته‌ای باز می‌کنیم، ترشح آب از وان خالی می‌تواند هوای داخل حمام را پر از یون‌های باردار منفی کند و موجب ایجاد میدان الکتریکی‌ای به بزرگی ۱۰۰۰N/C در هوا شود. حمامی به ابعاد ۲٫۵m×۳٫۰m×۲٫۰m را در نظر بگیرید. میدان الکتریکی را در امتداد سقف، کف و چهار دیواره‌ی حمام، تقریباً عمود بر این سطوح و دارای بزرگی یکنواخت ۶۰۰N/C فرض کنید. همچنین فرض کنید این سطوح یک سطح گاوسی بسته را به دور هوای حمام تشکیل می‌دهند. (الف) چگالی حجمی بار ρ و (ب) تعداد بارهای بنیادی اضافی e بر مترمکعب هوای حمام چقدر است؟

••• ILW شکل ۲۳-۳۱ یک سطح گاوسی به شکل مکعبی به ضلع ۱٫۴۰m را نشان می‌دهد. (الف) شار خالص Φی عبوری از این سطح و (ب) بار خالص q_{enc} محصور شده توسط این سطح چقدر است، در صورتی که $\vec{E} = [-۴٫۰۰\hat{i} + (۶٫۰۰ + ۳٫۰۰y)\hat{j}]\,\text{N/C}$ باشد؟



شکل ۲۳-۳۴ مسئله‌ی ۱۰

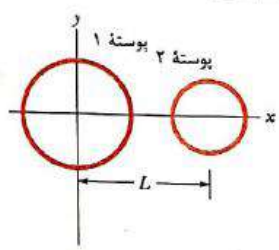
۱۰••• شکل ۲۳-۳۴ سطح گاوسی بسته‌ای به شکل مکعب را نشان می‌دهد که طول هر ضلع آن ۱٫۵۰m است. این مکعب در ناحیه‌ای با میدان الکتریکی $\vec{E}=[(۳٫۰۰x+۴٫۰۰)\hat{i}+۶٫۰۰\hat{j}+۷٫۰۰\hat{k}]\,N/C$ قرار گرفته است، که در آن x برحسب متر است. بار خالص محصور شده در این مکعب چقدر است؟



شکل ۲۳-۳۵ مسئله‌ی ۱۱

۱۱•• GO شکل ۲۳-۳۵ سطح گاوسی بسته‌ای به شکل مکعب را نشان می‌دهد که طول هر ضلع آن ۲٫۰۰m است و یکی از گوشه‌های آن در $x_1=۵٫۰۰m$ و $y_1=۴٫۰۰m$ قرار دارد. این مکعب در ناحیه‌ای با میدان الکتریکی $\vec{E}=[-۳٫۰۰\hat{i}-۴٫۰۰y^۲\hat{j}+۳٫۰۰\hat{k}]\,N/C$ قرار گرفته است، که در آن y بر حسب متر است. بار خالص محصور شده در این مکعب چقدر است؟

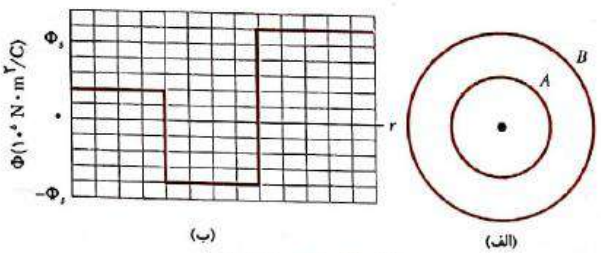
۱۲•• شکل ۲۳-۳۶ دو پوسته‌ی کروی نارسانا را نشان می‌دهد که در جای خود ثابت شده‌اند. پوسته‌ی ۱ دارای چگالی سطحی بار یکنواخت $+۶٫۰\mu C/m^۲$ روی سطح خارجی خود و شعاع ۳٫۰cm است؛ پوسته‌ی ۲ دارای چگالی سطحی بار یکنواخت $+۴٫۰\mu C/m^۲$ روی سطح خارجی خود و شعاع ۲٫۰cm است؛ مرکز پوسته‌ها به فاصله‌ی $L=۱۰cm$ از هم قرار گرفته‌اند. برحسب نمادگذاری بردارهای یکه، میدان الکتریکی خالص در $x=۲٫۰cm$ چگونه است؟



شکل ۲۳-۳۶ مسئله‌ی ۱۲

۱۳•• به‌طور تجربی مشخص شده است که میدان الکتریکی در ناحیه‌ی معینی از جوّ زمین، به‌طور عمودی رو به پایین است. در ارتفاع ۳۰۰ متری، بزرگی میدان الکتریکی برابر با $۶۰٫۰N/C$ و در ارتفاع ۲۰۰ متری بزرگی این میدان برابر با $۱۰۰N/C$ است. مقدار بار خالص محصور شده در مکعبی به ضلع ۱۰۰m که وجه‌های افقی آن در ارتفاع‌های ۲۰۰m و ۳۰۰m قرار دارند، چقدر است؟

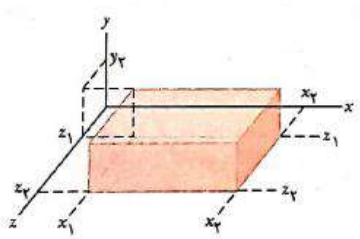
۱۴•• GO *شار و پوسته‌های نارسانا.* یک ذره‌ی باردار در مرکز دو پوسته‌ی کروی هم‌مرکز که بسیار نازک‌اند و از ماده‌ای نارسانا ساخته شده‌اند، معلق شده است. شکل ۲۳-۳۷ الف مقطعی از آنها را نشان می‌دهد. شکل ۲۳-۳۷ ب شار خالص Φی عبوری از یک کره گاوسی به مرکز ذره‌ی باردار را بر حسب تابعی از شعاع r کره نشان می‌دهد. محور قائم با $\Phi_s=۵٫۰\times۱۰^۵\,N\cdot m^۲/C$ مقیاس‌بندی شده است. (الف) بار ذره‌ی مرکزی چقدر است؟ بار خالص (ب) پوسته‌ی A و (پ) پوسته‌ی B چقدر است؟



شکل ۲۳-۳۷ مسئله‌ی ۱۴

۱۵•• ذره‌ای به بار $+q$ در یکی از گوشه‌های مکعبی گاوسی قرار گرفته است. برحسب مضربی از q/ε_0 شار عبوری از (الف) هر وجه مکعب که آن گوشه را می‌سازد و (ب) هر یک از وجه‌های دیگر مکعب چقدر است؟

۱۶••• GO سطح گاوسیِ جعبه- مانندِ شکل ۲۳-۳۸ بار خالص $+۲۴٫۰\varepsilon_0\,C$ را محصور کرده است و در میدانی الکتریکی با $\vec{E}=[(۱۰٫۰+۲٫۰۰x)\hat{i}-۳٫۰۰\hat{j}+bz\hat{k}]\,N/C$ قرار گرفته است، که در آن x و z بر حسب متر و b یک ثابت است. وجه پایینی در صفحه‌ی xz واقع است. وجه بالایی در صفحه‌ی افقیِ عبوری از $y_2=۱٫۰۰m$ قرار دارد. به‌ازای $x_1=۱٫۰۰m$، $x_2=۴٫۰۰m$، $z_1=۱٫۰۰m$، و $z_2=۳٫۰۰m$، b چقدر است؟



شکل ۲۳-۳۸ مسئله‌ی ۱۶

بخش ۲۳-۳ رسانای باردار منزوی

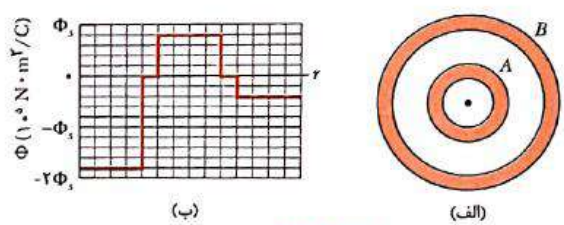
۱۷• کره رسانایی با بار یکنواخت و قطر ۱٫۲m دارای چگالی سطحی بار $۸٫۱\mu C/m^۲$ است. (الف) بار خالص روی این کره را به‌دست آورید. (ب) شار الکتریکی کلّی که از سطح این کره خارج می‌شود، چقدر است؟

۱۸• میدان الکتریکی درست بالای سطح غلتک باردار یک دستگاه فتوکپی دارای بزرگی $E=۲٫۳\times۱۰^۵\,N/C$ است. چگالی سطحی بار روی غلتک، با فرض آنکه غلتک رسانا باشد، چقدر است؟

۱۹• فضاپیماهای عبوری از کمربندهای تابشی کره زمین ممکن

است با تعداد قابل توجه‌ای الکترون برخورد کنند. بارهای حاصل از این برخوردها می‌توانند به اجزای الکترونیکی فضاپیما آسیب برسانند و موجب اختلال در عملکردهای آن شوند. فرض کنید یک ماهواره‌ی فلزی کروی به قطر ۱٫۳m در یک چرخش مداری، باری به اندازه‌ی ۲٫۴μC را جمع کند. (الف) چگالی سطحی بار حاصل را به‌دست آورید. (ب) بزرگی میدان الکتریکی ناشی از این بار سطحی را درست در بیرون سطح ماهواره محاسبه کنید.

•۲۰ GO *شار و پوسته‌ی رسانا.* ذره‌ی باردار در مرکز دو پوسته‌ی کروی هم‌مرکز قرار داده شده است. شکل ۲۳-۳۹ الف مقطعی از آنها را نشان می‌دهد. شکل ۲۳-۳۹ ب شار خالص Φ ی عبوری از یک کره گاوسی به مرکز آن ذره را برحسب تابعی از شعاع r کره نشان می‌دهد. محور قائم با $\Phi_s = 5{,}0\times10^5\,N\cdot m^2/C$ مقیاس‌بندی شده است. (الف) بار ذره‌ی مرکزی و بار خالص (ب) پوسته‌ی A و (پ) پوسته‌ی B چقدر است؟



شکل ۲۳-۳۹ مسئله‌ی ۲۰

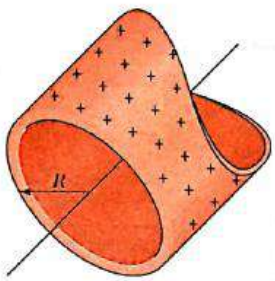
••۲۱ یک رسانای منزوی به شکل دلخواه دارای بار خالص $+10\times10^{-6}\,C$ است. در داخل این رسانا، کاواکی وجود دارد که در آن بار نقطه‌ای $q = +3{,}0\times10^{-6}\,C$ قرار گرفته است. بار (الف) روی دیواره‌ی کاواک و (ب) روی سطح خارجی رسانا چقدر است؟

بخش ۲۳-۴ به‌کارگیری قانون گاوس: تقارن استوانه‌ای

•۲۲ الکترونی از حالت سکون، از فاصله‌ی قائم 9,0cm از خطّ بار روی یک میله‌ی نارسانای بسیار بلند، رها می‌شود. این بار، به‌طور یکنواخت و با چگالی 6,0μC بر متر توزیع شده است. بزرگی شتاب اولیه‌ی الکترون چقدر است؟

•۲۳ (الف) غلتک یک دستگاه فتوکپی دارای طول 42cm و قطر 12cm است. میدان الکتریکی درست بالای سطح این غلتک برابر با $2{,}3\times10^5\,N/C$ است. بار کلّ روی غلتک چقدر است؟ (ب) تولیدکننده‌ای می‌خواهد نوع رومیزی‌ای از این دستگاه تولید کند. لازمه‌ی این کار، آن است که طول غلتک را به 28cm و قطر آن را به 8,0cm کاهش دهد. میدان الکتریکی روی سطح غلتک نباید تغییر کند. بار روی این غلتک جدید باید چقدر باشد؟

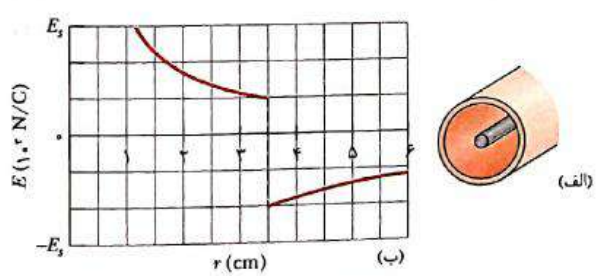
•۲۴ شکل ۲۳-۴۰ مقطع یک لوله‌ی فلزی نازک و بلند به شعاع $R = 3{,}00\,cm$ را نشان می‌دهد که دارای بار بر واحد طول $\lambda = 2{,}00\times10^{-8}\,C/m$ است. بزرگی E ی میدان الکتریکی در فاصله‌ی شعاعی (الف) $r = R/2{,}00$ و (ب) $r = 2{,}00R$ چقدر است؟ (پ) E را برحسب r در گستره‌ی $r = 0$ تا $r = 2{,}00R$ رسم کنید.



شکل ۲۳-۴۰ مسئله‌ی ۲۴

•۲۵ یک خطّ بار نامتناهی، میدانی به بزرگی $4{,}5\times10^4\,N/C$ را در فاصله‌ی 2,0m از آن ایجاد می‌کند. چگالی خطی بار را محاسبه کنید.

••۲۶ شکل ۲۳-۴۱ الف استوانه‌ای توپُر باردار باریکی را نشان می‌دهد که با یک پوسته‌ی استوانه‌ای باردار بزرگتر هم‌محور است. هر دو نارسانا و نازک‌اند و روی سطح‌های خارجی خود دارای چگالی سطحی بار یکنواختی هستند. شکل ۲۳-۴۱ ب مؤلفه‌ی شعاعی E ی میدان الکتریکی را برحسب فاصله‌ی شعاعی r از محور مشترک آنها نشان می‌دهد. محور قائم با $E_s = 3{,}0\times10^3\,N/C$ مقیاس‌بندی شده است. چگالی خطی بار پوسته چقدر است؟



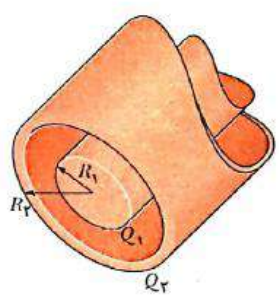
شکل ۲۳-۴۱ مسئله‌ی ۲۶

••۲۷ GO سیم مستقیم و بلندی دارای باری منفی ثابت شده‌ای با چگالی خطی بار 3,6nC/m است. این سیم توسط یک پوسته‌ی استوانه‌ای نارسانای نازک و هم‌محور به شعاع 1,5cm محصور شده است. پوسته دارای بار مثبت با چگالی سطحی بار σ روی سطح خارجی خود است که موجب می‌شود میدان الکتریکی خالص خارجی برابر با صفر شود. σ را محاسبه کنید.

••۲۸ GO باری با چگالی خطی یکنواخت 2,0nC/m روی میله‌ی نارسانا، نازک و بلندی توزیع شده است. این میله با پوسته‌ی استوانه‌ای رسانای بلندی (با شعاع داخلی 5,0cm و شعاع خارجی

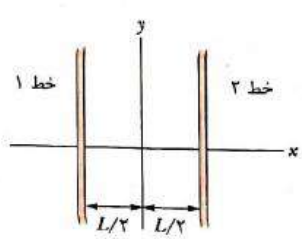
۱۰cm) هم‌محور است. بار خالص روی پوسته برابر صفر است. (الف) بزرگی میدان الکتریکی در فاصله‌ی ۱۵cm از محور پوسته چقدر است؟ چگالی سطحی بار روی (ب) سطح داخلی و (پ) سطح خارجی پوسته چقدر است؟

●●۲۹ WWW شکل ۲۳-۴۲ مقطعی از یک میله‌ی رسانا به شعاع $R_1 = 1{,}30\,\text{mm}$ و طول $L = 11{,}0\,\text{m}$ را در داخل یک پوسته‌ی هم‌محور استوانه‌ای نازکِ رسانا به شعاع $R_2 = 10{,}0R_1$ و (همان) طول L نشان می‌دهد. بار خالص روی میله $Q_1 = +3{,}40\times10^{-12}\,\text{C}$ و بار خالص روی پوسته $Q_2 = -2{,}00Q_1$ است. (الف) بزرگی E و (ب) جهت (به‌طور شعاعی رو به داخل یا رو به خارج) میدان الکتریکی در فاصله‌ی شعاعی $r = 2{,}00R_2$ چیست؟ (پ) E و (ت) جهت در $r = 5{,}00R_1$ چیست؟ بار روی (ث) سطح داخلی و (ج) سطح خارجی پوسته چقدر است؟



شکل ۲۳-۴۲ مسئله‌ی ۲۹

●●۳۰ در شکل ۲۳-۴۳، مقطع کوتاهی از دو خطّ بار بسیار بلند موازی نشان داده شده است که در مکان‌های خود به فاصله‌ی $L = 8{,}0\,\text{cm}$ از یکدیگر ثابت شده‌اند. چگالی‌های بار خطی عبارت‌اند از $+6{,}0\,\mu\text{C/m}$ برای خط ۱ و $-2{,}0\,\mu\text{C/m}$ برای خط ۲. در کجای محور x نشان داده شده، میدان الکتریکی خالص حاصل از این دو خطّ بار برابر با صفر است؟



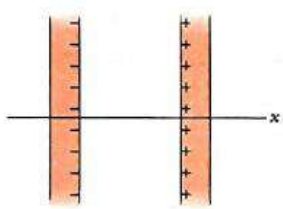
شکل ۲۳-۴۳ مسئله‌ی ۳۰

●●۳۱ ILW دو پوسته‌ی استوانه‌ای هم‌محور، نازک، باردار و بلند دارای شعاع‌های ۳,۰cm و ۶,۰cm هستند. بار بر واحد طول روی پوسته‌ی داخلی برابر با $5{,}0\times10^{-6}\,\text{C/m}$ و روی پوسته‌ی خارجی برابر $-7{,}0\times10^{-6}\,\text{C/m}$ است. (الف) بزرگی E و (ب) جهت (به‌طور شعاعی رو به داخل یا رو به خارج) میدان الکتریکی در فاصله‌ی شعاعی $r = 4{,}0\,\text{cm}$ چیست؟ (پ) E و (ت) جهت در $r = 8{,}0\,\text{cm}$ چیست؟

●●۳۲ GO استوانه‌ی توپُر، نارسانا و بلندی به شعاع ۴,۰cm دارای چگالی حجمی بار نایکنواخت ρ است که تابعی از فاصله‌ی شعاعی r از محور استوانه است: $\rho = Ar^2$. به‌ازای $A = 2{,}5\,\mu\text{C/m}^5$، بزرگی میدان الکتریکی در (الف) $r = 3{,}0\,\text{cm}$ و (ب) $r = 5{,}0\,\text{cm}$ چقدر است؟

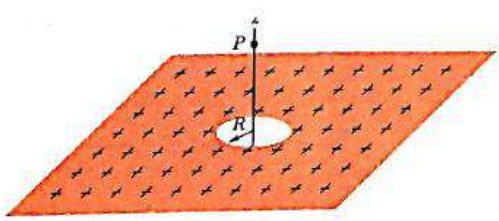
بخش ۲۳-۵ به‌کارگیری قانون گاوس: تقارن صفحه‌ای

●●۳۳ در شکل ۲۳-۴۴، دو صفحه‌ی فلزی نازکِ بلند، موازی و نزدیک به یکدیگرند. این صفحه‌ها در وجه‌های داخلی خود دارای بارهای سطحی اضافه‌ای با چگالی‌هایی به بزرگی $7{,}00\times10^{-12}\,\text{C/m}^2$ هستند که از لحاظ علامت مخالف یکدیگرند. برحسب نمادگذاری بردارهای یکه، میدان الکتریکی در نقاط (الف) سمت چپ صفحه‌ها، (ب) سمت راست صفحه‌ها، (پ) میان آنها چگونه است؟



شکل ۲۳-۴۴ مسئله‌ی ۳۳

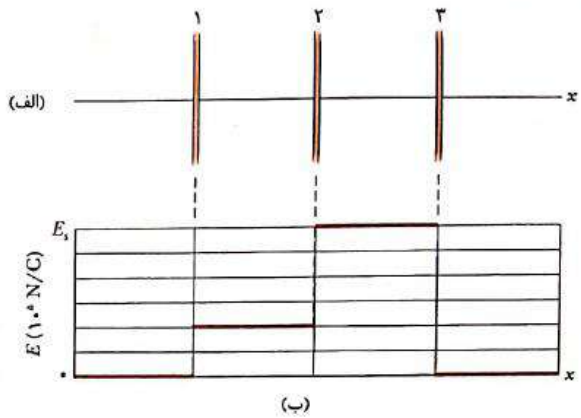
●۳۴ در شکل ۲۳-۴۵، یک حفره‌ی دایره‌ای کوچک به شعاع $R = 1{,}80\,\text{cm}$ در وسط یک سطح نارسانای تخت نامتناهی که دارای چگالی سطحی بار یکنواخت $\sigma = 4{,}5\,\text{pC/m}^2$ است، کنده شده است. محور z که مبداء آن در مرکز حفره قرار دارد، عمود بر این سطح است. برحسب نمادگذاری بردارهای یکه، میدان الکتریکی در نقطه‌ی P واقع در $z = 2{,}56\,\text{cm}$ چگونه است؟ (*راهنمایی:* معادله‌ی ۲۲-۲۶ را ببینید و از اصل برهم‌نهی استفاده کنید.)



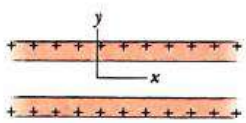
شکل ۲۳-۴۵ مسئله‌ی ۳۴

●۳۵ GO شکل ۲۳-۴۶الف سه ورقه‌ی پلاستیکی بزرگ و موازی را نشان می‌دهد که به‌طور یکنواختی باردار شده‌اند. شکل ۲۳-۴۶ ب مؤلفه‌ی میدان الکتریکی خالص را در راستای محور x عبوری از ورقه‌ها نشان می‌دهد. محور قائم با $E_s = 6{,}0\times10^5\,\text{N/C}$

مقیاس‌بندی شده است. نسبت چگالی بار ورقه‌ی ۳ به ورقه‌ی ۲ چقدر است؟



شکل ۲۳-۴۶ مسئله‌ی ۳۵

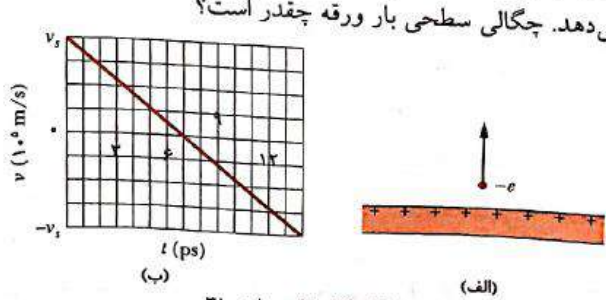


شکل ۲۳-۴۷ مسئله‌ی ۳۶

• ۳۶ شکل ۲۳-۴۷ مقطعی از دو ورقه‌ی نارسانای موازی و بزرگ را نشان می‌دهد که دارای توزیع‌های بار مثبت یکسانی با چگالی سطحی بار $\sigma = 1{,}77\times10^{-22}\,C/m^2$ هستند. برحسب نمادگذاری بردارهای یکه، $\vec{E}$ در نقاط (الف) بالای ورقه‌ها، (ب) در میان آنها و (پ) پایین آنها چگونه است؟

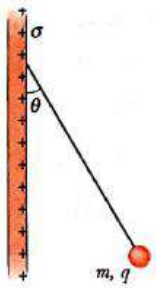
• ۳۷ WWW یک صفحه‌ی فلزی مربعی به ضلع $8{,}0\,cm$ و ضخامت ناچیز، دارای بار کل $6{,}0\times10^{-6}\,C$ است. (الف) با فرض اینکه بار روی هر دو وجه این صفحه به‌طور یکنواخت توزیع شده باشد، بزرگی E ی میدان الکتریکی را درست بیرون مرکز صفحه (مثلاً در فاصله‌ی $0{,}50\,mm$ از مرکز آن) محاسبه کنید. (ب) با فرض اینکه صفحه یک بار نقطه‌ای باشد، E را در فاصله‌ی $30\,m$ (که نسبت به اندازه‌ی صفحه بسیار بزرگ است) محاسبه کنید.

•• ۳۸ GO در شکل ۲۳-۴۸ الف، الکترونی مستقیماً از یک ورقه‌ی پلاستیکی باردار یکنواخت، با تندی $v_s = 2{,}0\times10^5\,m/s$ رو به بیرون شلیک شده است. این ورقه، نارسانا، تخت و بسیار بزرگ است. شکل ۲۳-۴۸ ب مؤلفه‌ی قائم v ی سرعت الکترون را برحسب زمان t تا هنگام برگشتن الکترون به نقطه‌ی شلیک، نشان می‌دهد. چگالی سطحی بار ورقه چقدر است؟



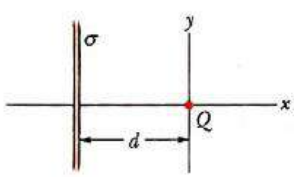
شکل ۲۳-۴۸ مسئله‌ی ۳۸

•• ۳۹ در شکل ۲۳-۴۹، گوی کوچک نارسانایی به جرم $m = 1{,}0\,mg$ و بار $q = 2{,}0\times10^{-8}\,C$ (که به‌طور یکنواخت در سرتاسر حجم آن توزیع شده است) از یک نخ عایق آویزان است و با ورقه‌ی نارسانای قائمی با بار یکنواخت (که مقطع آن نشان داده شده است) زاویه‌ی $\theta = 30^\circ$ می‌سازد. نیروی گرانشی وارد بر گوی را در نظر بگیرید و با فرض اینکه ورقه به‌طور قائم و نیز به سمت داخل و خارج صفحه‌ی کاغذ تا فاصله‌های دور امتداد داشته باشد، چگالی سطحی بار σ ی ورقه را محاسبه کنید.



شکل ۲۳-۴۹ مسئله‌ی ۳۹

•• ۴۰ شکل ۲۳-۵۰، یک ورقه‌ی نارسانای خیلی بزرگ را نشان می‌دهد که دارای چگالی سطحی بار یکنواخت $\sigma = -2{,}00\,\mu C/m^2$ است؛ این شکل همچنین ذره‌ای به بار $Q = 6{,}00\,\mu C$ را نشان می‌دهد که در فاصله‌ی d از ورقه قرار دارد. هر دو ورقه در مکان‌های خود ثابت شده‌اند. اگر $d = 0{,}200\,m$ باشد، در چه مختصه‌ی (الف) مثبت و (ب) منفی‌ای روی محور x (غیر از بی‌نهایت)، میدان الکتریکی برایند $\vec{E}_{net}$ حاصل از ورقه و ذره برابر با صفر است؟



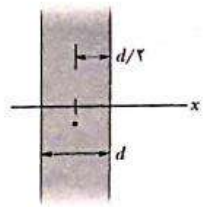
شکل ۲۳-۵۰ مسئله‌ی ۴۰

•• ۴۱ GO الکترونی مستقیماً به سمت مرکز یک صفحه‌ی فلزی بزرگ، با چگالی سطحی بار $-2{,}0\times10^{-6}\,C/m^2$، پرتاب می‌شود. اگر انرژی جنبشی اولیه‌ی این الکترون $1{,}60\times10^{-17}\,J$ باشد و اگر الکترون درست در لحظه‌ی رسیدن به صفحه (بر اثر دافعه‌ی الکتروستاتیکی حاصل از صفحه) متوقف شود، نقطه‌ی پرتاب باید در چه فاصله‌ای از صفحه قرار داشته باشد؟

•• ۴۲ دو صفحه‌ی فلزی بزرگ به مساحت $1{,}0\,m^2$ موازی یکدیگرند. آنها به فاصله‌ی $5{,}0\,cm$ از یکدیگر واقع‌اند و روی سطوح داخلی‌شان بارهایی مساوی ولی با علامت مخالف دارند. اگر بزرگی E ی میدان الکتریکی در میان صفحه‌ها $55\,N/C$ باشد، بزرگی بار روی هر صفحه چقدر است؟ از اثر لبه‌ها چشم‌پوشی کنید.

••• ۴۳ GO شکل ۲۳-۵۱ مقطع یک بُره‌ی نارسانای خیلی بزرگ به ضخامت $d = 9{,}40\,mm$ را نشان می‌دهد که دارای چگالی حجمی بار یکنواخت $\rho = 5{,}80\,fC/m^3$ است. مبداء محور x در

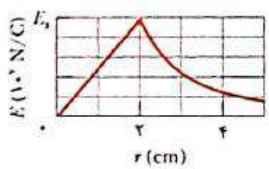
مرکز بره قرار دارد. بزرگی میدان الکتریکی بره در مختصه‌ی x (الف) ۰، (ب) ۲٫۰۰mm، (پ) ۴٫۷۰mm، و (ت) ۲۶٫۰mm چقدر است؟



شکل ۲۳-۵۱ مسئله‌ی ۴۳

بخش ۲۳-۶ به‌کارگیری قانون گاوس: تقارن کروی

• ۴۴ شکل ۲۳-۵۲ بزرگی میدان الکتریکی را در داخل و خارج کره‌ای نشان می‌دهد که بار مثبت در سرتاسر حجم آنها به‌طور یکنواخت توزیع شده است. محور قائم $E_s = 5{,}0\times10^{7}\ \mathrm{N/C}$ مقیاس‌بندی شده است. بار روی کره چقدر است؟



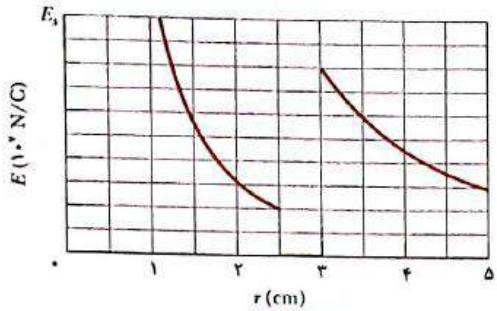
شکل ۲۳-۵۲ مسئله‌ی ۴۴

• ۴۵ دو پوسته‌ی کروی باردار هم‌مرکز دارای شعاع‌های ۱۰٫۰cm و ۱۵٫۰cm هستند. بار روی پوسته‌ی داخلی $4{,}00\times10^{-8}\ \mathrm{C}$ و بار روی پوسته‌ی خارجی $2{,}00\times10^{-8}\ \mathrm{C}$ است. میدان الکتریکی را در (الف) $r = 12{,}0\ \mathrm{cm}$ و (ب) $r = 20{,}0\ \mathrm{cm}$ به‌دست آورید.

• ۴۶ فرض کنید یک گوی باردار دارای چگالی بار منفی‌ای است که به‌جز در مجرای شعاعی باریک عبوری از مرکز کره، که یک طرف سطح کره را به سطح مقابل آن وصل می‌کند، به‌طور یکنواختی توزیع شده است. همچنین فرض کنید که می‌توانیم یک پروتون را در هر جایی داخل این مجرا یا بیرون گوی قرار دهیم. F_R را بزرگی نیروی الکتروستاتیکی وارد بر پروتون در هنگامی در نظر بگیرید که پروتون روی سطح گوی، به شعاع R، قرار دارد. برحسب مضربی از R، در چه فاصله‌ای از سطح کره نقطه‌ای وجود دارد که در آنجا بزرگی نیروی وارد بر پروتون $0{,}50F_R$ می‌شود، در صورتی که پروتون را (الف) از گوی دور کنیم و (ب) به داخل مجرا ببریم؟

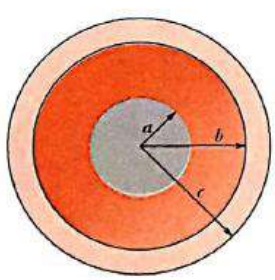
• ۴۷ یک بار نامشخص روی کره توپُر نارسانایی به شعاع ۱۰cm قرار دارد. اگر میدان الکتریکی در فاصله‌ی ۱۵cm از مرکز این کره دارای بزرگی $3{,}0\times10^{3}\ \mathrm{N/C}$ و جهت آن به‌طور شعاعی رو به داخل باشد، بار خالص روی این کره چقدر است؟

•• ۴۸ GO ذره‌ی باردار مثبتی در مرکز یک پوسته کروی قرار گرفته است. شکل ۲۳-۵۳ بزرگی E ی میدان الکتریکی را برحسب فاصله‌ی شعاعی r نشان می‌دهد. تقریباً چه بار خالصی روی پوسته قرار دارد؟



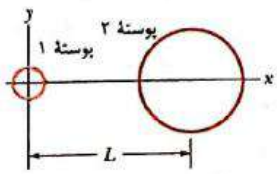
شکل ۲۳-۵۳ مسئله‌ی ۴۸

•• ۴۹ در شکل ۲۳-۵۴، یک کره‌ی توپُر به شعاع $a = 2{,}00\ \mathrm{cm}$ با یک پوسته‌ی رسانای کروی به شعاع داخلی $b = 2{,}00a$ و شعاع خارجی $c = 2{,}40a$ هم‌مرکز است. کره دارای بار خالص یکنواخت $q_1 = +5{,}00\ \mathrm{fC}$ و پوسته دارای بار خالص $q_2 = -q_1$ است. بزرگی میدان الکتریکی در فاصله‌ی شعاعی (الف) $r = 0$، (ب) $r = a/2{,}00$، (پ) $r = a$، (ت) $r = 1{,}50a$، (ث) $r = 2{,}30a$ و (ج) $r = 3{,}50a$ چقدر است؟ چه بار خالصی روی (چ) سطح داخلی و (ح) سطح خارجی پوسته قرار دارد؟



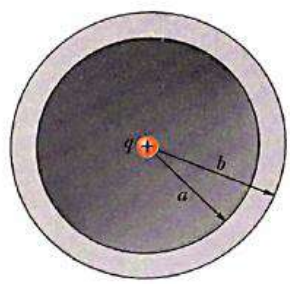
شکل ۲۳-۵۴ مسئله‌ی ۴۹

•• ۵۰ GO شکل ۲۳-۵۵ دو پوسته‌ی کروی نارسانا را نشان می‌دهد که در مکان‌های خود روی محور x ثابت شده‌اند. پوسته‌ی ۱ دارای چگالی سطحی بار یکنواخت $+4{,}0\ \mu\mathrm{C/m^2}$ روی سطح خارجی خود و شعاع ۰٫۵۰cm، و پوسته‌ی ۲ دارای چگالی سطحی بار یکنواخت $-2{,}0\ \mu\mathrm{C/m^2}$ روی سطح خارجی خود و شعاع ۲٫۰cm است؛ مرکز این کره‌ها به فاصله‌ی $L = 6{,}0\ \mathrm{cm}$ از هم قرار گرفته‌اند. به‌جز در $x = \infty$، میدان الکتریکی خالص در کجای محور x برابر صفر می‌شود؟



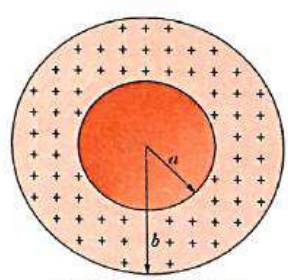
شکل ۲۳-۵۵ مسئله‌ی ۵۰

۵۱•• WWW در شکل ۲۳-۵۶، یک پوسته‌ی کروی نارسانا به شعاع داخلی $a = ۲٫۰۰\,\text{cm}$ شعاع خارجی $b = ۲٫۴۰\,\text{cm}$ دارای چگالی حجمی بار $\rho = A/r$ (در داخل ضخامتش) است که در آن A یک ثابت و r فاصله از مرکز پوسته است. همچنین، یک گوی کوچک به بار $q = ۴۵٫۰\,\text{fC}$ در مرکز آن قرار گرفته است. برای آنکه میدان الکتریکی در پوسته $(a \le r < b)$ یکنواخت باشد، مقدار A باید چقدر باشد؟



شکل ۲۳-۵۶ مسئله‌ی ۵۱

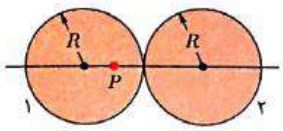
۵۲•• GO شکل ۲۳-۵۷ یک پوسته‌ی کروی با چگالی حجمی بار یکنواخت $\rho = ۱٫۸۴\,\text{nC/m}^3$، شعاع داخلی $a = ۱۰٫۰\,\text{cm}$، و شعاع خارجی $b = ۲٫۰۰a$ را نشان می‌دهد. بزرگی میدان الکتریکی در فاصله‌ی شعاعی (الف) $r = ۰$، (ب) $r = a/۲٫۰۰$، (پ) $r = a$، (ت) $r = ۱٫۵۰a$، (ث) $r = b$، و (ج) $r = ۳٫۰۰b$ چقدر است؟



شکل ۲۳-۵۷ مسئله‌ی ۵۲

۵۳••• ILW یک کره‌ی نارسانا به شعاع $R = ۵٫۶۰\,\text{cm}$ دارای توزیع بار نایکنواختی به چگالی حجمی $\rho = (۱۴٫۱\,\text{pC/m}^3)r/R$ است، که r فاصله‌ی شعاعی از مرکز کره است. (الف) بار کلّ کره چقدر است؟ بزرگی E ی میدان الکتریکی در (ب) $r = ۰$، (پ) $r = R/۲٫۰۰$، و (ت) $r = R$ چقدر است؟ (ث) نمودار E برحسب r را رسم کنید.

۵۴••• شکل ۲۹-۵۸ مقطع دو کره‌ی توپُر را نشان می‌دهد که در سرتاسر حجم آنها بار به‌طور یکنواخت توزیع شده است. شعاع هر یک از کره‌ها برابر با R است. نقطه‌ی P روی خطّ واصل مرکز کره‌ها، به فاصله‌ی شعاعی $R/۲٫۰۰$ از مرکز کره ۱ قرار دارد. اگر میدان الکتریکی خالص در نقطه‌ی P برابر با صفر باشد، نسبت $q_۲/q_۱$ بار کلّ $q_۲$ ی کره ۲ به بار کلّ $q_۱$ کره ۱ چقدر است؟



شکل ۲۳-۵۸ مسئله‌ی ۵۴

۵۵•••• یک توزیع بار که دارای تقارنی کروی است ولی به‌طور شعاعی نایکنواخت است، میدانی الکتریکی به بزرگی $E = Kr^۴$ را ایجاد می‌کند که جهت آن به‌طور شعاعی از مرکز کره رو به سمت بیرون است. در اینجا r فاصله‌ی شعاعی از مرکز کره، و K یک ثابت است. چگالی حجمی ρ ی این توزیع بار چقدر است؟

مسئله‌های تکمیلی

۵۶ میدان الکتریکی در فضای خاصی $\vec{E} = (x+۲)\hat{i}\,\text{N/C}$ است، که در آن x برحسب متر است. یک سطح گاوسی استوانه‌ای به شعاع $۲۰\,\text{cm}$ را در نظر بگیرید که هم‌محور با محور x است. یک سر استوانه در $x = ۰$ قرار دارد. (الف) بزرگی شار الکتریکی عبوری از سرِ دیگر استوانه واقع در $x = ۲٫۰\,\text{m}$ چقدر است؟ (ب) بار خالص محصور شده در داخل این استوانه چقدر است؟

۵۷ یک پوسته‌ی کروی فلزی نازک دارای شعاع $۲۵٫۰\,\text{cm}$ و بار $۲٫۰۰\times۱۰^{-۷}\,\text{C}$ است. E را در نقطه‌ای (الف) داخل این پوسته، (ب) درست بیرون آن، و (پ) به فاصله‌ی $۳٫۰۰\,\text{m}$ از مرکز به‌دست آورید.

۵۸ روی کلّ صفحه‌ی xy، چگالی بار سطحی یکنواخت $۸٫۰\,\text{nC/m}^۲$ توزیع شده است. شار الکتریکی عبوری از یک سطح گاوسی کروی به مرکز مبداء دستگاه مختصات و به شعاع $۵٫۰\,\text{cm}$ چقدر است؟

۵۹ بُره‌ای نامتناهی که بین $x = -۵٫۰\,\text{cm}$ و $x = +۵٫۰\,\text{cm}$ واقع است با باری با چگالی حجمی یکنواخت $\rho = ۱٫۲\,\text{nC/m}^۳$ پر شده است. بزرگی میدان الکتریکی در نقطه‌ای با مختصه‌ی (الف) $x = ۴٫۰\,\text{cm}$ و (ب) $x = ۶٫۰\,\text{cm}$ چقدر است؟

۶۰ *معمای خرده‌های شکلات.* انفجارهای حاصل از تخلیه‌ی بارهای الکتروستاتیکی (جرقه‌ها) موجب خطرهایی جدی در وسایلی می‌شوند که با ریزدانه‌ها و گردها کار می‌کنند. یک‌چنین انفجاری در گرد خرده‌های شکلات یک کارخانه‌ی بیسکویت‌سازی در سال ۱۹۷۰ رخ داد. طبق معمول، کارگران کیسه‌های گردی را که تحویل گرفتند به داخل یک سطلِ بارگیری خالی کردند، و از آنجا نیز گردها از طریق لوله‌های پلاستیکی‌ای که متصل به زمین بودند به یک سیلو، جهت نگهداری و انبار دمیده شدند. در جایی از این مسیر، دو شرط برای وقوع انفجار محقق شد: (۱) بزرگی میدان الکتریکی برابر با $۳٫۰\times۱۰^۶\,\text{N/C}$ یا بیشتر از آن شد، طوری که

فروریزش الکتریکی و در نتیجه تخلیه‌ی جرقه‌ای می‌توانست رخ دهد. (۲) انرژی یک جرقه برابر با ۱۵۰mJ یا بزرگتر از آن شد که این می‌توانست موجب انفجار گرد شود. در اینجا می‌خواهیم نخستین شرط وقوع انفجار در گردهای عبوری از لوله‌های پلاستیکی را بررسی کنیم.

جریانی از گردهای *باردار منفی* را در نظر بگیرید که به داخل یک لوله‌ی استوانه‌ای به شعاع $R = ۵٫۰\text{cm}$ دمیده شدند. فرض کنید که گرد و بار آن به‌طور یکنواخت در سرتاسر لوله با چگالی حجمی بار ρ پخش شدند. (الف) با استفاده از قانون گاوس، رابطه‌ای برای بزرگی میدان الکتریکی $\vec{E}$ در لوله برحسب تابعی از فاصله‌ی شعاعی r از مرکز لوله به‌دست آورید. (ب) آیا E با افزایش r، افزایش می‌یابد یا کاهش؟ (پ) آیا جهت $\vec{E}$ به‌طور شعاعی رو به داخل است یا رو به خارج؟ (ت) به‌ازای $\rho = ۱٫۱\times۱۰^{-۳}\,\text{C/m}^۳$ (یک مقدار نوعی در کارخانه)، بیشینه‌ی E را به‌دست آورید و تعیین کنید که این مقدار بیشینه در کجا رخ می‌دهد. (ث) آیا جرقه می‌توانست رخ دهد و اگر بله، در کجا؟ (این داستان با مسئله‌ی ۷۰ فصل ۲۴ ادامه می‌یابد.)

۶۱ یک پوسته‌ی فلزی نازک کروی به شعاع a دارای بار q_a است. هم‌مرکز با این کره، پوسته‌ی فلزی نازک کروی دیگری به شعاع $b > a$ و بار q_a قرار دارد. میدان الکتریکی را در نقاط به فاصله‌ی r از مرکز مشترک آنها به‌دست آورید، به‌طوری که (الف) $r < a$، (ب) $a < r < b$، و (پ) $r > b$ باشد. (ت) قاعده‌ای را شرح دهید که از آن برای تعیین نحوه‌ی توزیع بار روی سطوح داخلی و خارجی پوسته استفاده می‌کنید.

۶۲ بار نقطه‌ای $q = ۱٫۰\times۱۰^{-۷}\,\text{C}$ در مرکز یک کاواک کروی به شعاع ۳٫۰cm در یک قطعه‌ی ضخیم فلزی قرار دارد. با استفاده از قانون گاوس، میدان الکتریکی را در (الف) فاصله‌ی ۱٫۵cm از مرکز کاواک و (ب) هر نقطه‌ای داخل فلز، به‌دست آورید.

۶۳ پروتونی با تندی $v = ۳٫۰۰\times۱۰^{۵}\,\text{m/s}$ درست بیرون یک کره باردار به شعاع $r = ۱٫۰۰\text{cm}$ می‌چرخد. بار روی این کره چقدر است؟

۶۴ معادله‌ی ۲۳-۱۱ ($E = \sigma/\varepsilon_۰$) میدان الکتریکی را در نقاطی به‌دست می‌دهد که در نزدیکی سطح یک رسانای باردار باشند. این معادله را برای کره رسانایی به شعاع r و بار q به‌کار گیرید، و نشان دهید که میدان الکتریکی در بیرون این کره همان میدان حاصل از یک بار نقطه‌ای است که در مرکز کره قرار گرفته است.

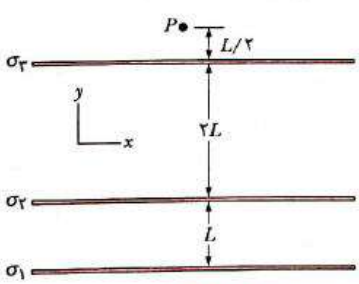
۶۵ بار Q به‌طور یکنواخت در داخل کره‌ای به شعاع R توزیع شده است. (الف) چه کسری از این بار در داخل شعاع $r = R/۲٫۰۰$ قرار گرفته است؟ (ب) نسبت بزرگی میدان الکتریکی در $r = R/۲٫۰۰$ به مقدار آن در سطح کره چقدر است؟

۶۶ یک بار نقطه‌ای موجب عبور شار الکتریکی $-۷۵۰\,\text{N}\cdot\text{m}^۲/\text{C}$ از یک سطح گاوسی به شعاع ۱۰٫۰cm می‌شود. (الف) اگر شعاع این سطح گاوسی دو برابر شود، چقدر شار از این سطح عبور خواهد کرد؟ (ب) مقدار بار نقطه‌ای چقدر است؟

۶۷ میدان الکتریکی در نقطه‌ی P درست بیرون سطح خارجی یک رسانای کروی توخالی به شعاع داخلی 10cm و شعاع خارجی 20cm، دارای بزرگی $۴۵۰\,\text{N/C}$ است و جهت آن رو به بیرون است. وقتی بار نقطه‌ای نامعلوم Q در مرکز این کره قرار داده شود، میدان الکتریکی در نقطه‌ی P همچنان رو به بیرون است ولی اکنون بزرگی آن $۱۸۰\,\text{N/C}$ است. (الف) پیش از قرار دادن Q، چه بار خالصی توسط سطح خارجی کره محصور شده بود؟ (ب) بار Q چقدر است؟ پس از قرار دادن Q، بار روی سطوح (الف) داخلی و (ب) خارجی رسانا چقدر می‌شود؟

۶۸ شار خالص عبوری از هر وجه یک تاس دارای مقداری از مضرب $۱۰^۳\,\text{N}\cdot\text{m}^۲/\text{C}$ است که این مضرب دقیقاً برابر با تعداد نقاط N روی هر وجه (۱ تا ۶) است. اگر N فرد باشد، شار به سمت داخل و اگر N زوج باشد، شار به سمت خارج است. بار خالص درون این تاس چقدر است؟

۶۹ شکل ۲۳-۵۹ مقطع سه ورقه‌ی نارسانای بزرگ و نامتناهی را نشان می‌دهد که روی آنها بار به‌طور یکنواخت توزیع شده است. چگالی‌های سطحی بار عبارت‌اند از $\sigma_۱ = +۲٫۰۰\,\mu\text{C/m}^۲$، $\sigma_۲ = +۴٫۰۰\,\mu\text{C/m}^۲$ و $\sigma_۳ = -۵٫۰۰\,\mu\text{C/m}^۲$، و فاصله‌ی L برابر با $L = ۱٫۵۰\text{cm}$ است. برحسب نمادگذاری بردارهای یکه، میدان الکتریکی خالص در نقطه‌ی P چیست؟



شکل ۲۳-۵۹ مسئله‌ی ۶۹

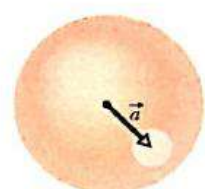
۷۰ باری با چگالی حجمی یکنواخت $\rho = ۳٫۲\,\mu\text{C/m}^۳$ کره توپُر نارسانایی به شعاع 5٫0cm را پر کرده است. بزرگی میدان الکتریکی در فاصله‌ی (الف) 3٫5cm و (ب) 8٫0cm از مرکز کره چقدر است؟

۷۱ یک سطح گاوسی به شکل نیم‌کره‌ای به شعاع $R = ۵٫۶۸\text{cm}$

در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $E = ۲٫۵۰ \mathrm{N/C}$ قرار دارد. این سطح، هیچ بار خالصی را محصور نکرده است. در قاعده‌ی (تخت) این سطح، میدان عمود بر این سطح، و به سمت آن است. شار عبوری از (الف) قاعده و (ب) بخش خمیده‌ی سطح چقدر است؟

۷۲ چه بار خالصی توسط مکعب گاوسی مسئله‌ی ۲ محصور شده است.

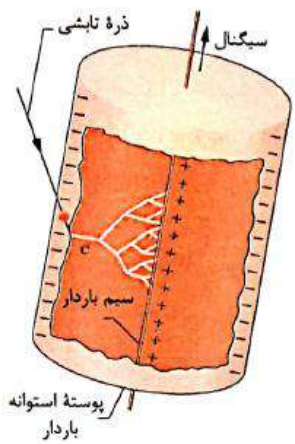
۷۳ یک کره‌ی توپُر نارسانا دارای چگالی حجمی بار یکنواخت ρ است. $\vec{r}$ را برداری در نظر بگیرید که از مرکز کره به سمت نقطه‌ی دلخواه P درداخل کره است. (الف) نشان دهید میدان الکتریکی در نقطه‌ی P با $\vec{E} = \rho\vec{r}/۳\epsilon_۰$ داده می‌شود. (توجه کنید که این نتیجه مستقل از شعاع کره است.) (ب) یک کاواک کروی، مانند شکل ۲۳-۶۰ در داخل این کره ایجاد شده است. با استفاده از مفاهیم برهم‌نهی نشان دهید که میدان الکتریکی در همه‌ی نقاط داخل این کاواک، یکنواخت و برابر با $\vec{E} = \rho\vec{a}/۳\epsilon_۰$ است، که در آن $\vec{a}$ بردار مکان از مرکز کره به سمت مرکز کاواک است.



شکل ۲۳-۶۰ مسئله‌ی ۷۳

۷۴ چگالی بار یکنواخت $۵۰۰ \mathrm{nC/m^۲}$ در سرتاسر یک حجم کروی به شعاع $۶٫۰۰ \mathrm{cm}$ توزیع شده است. یک سطح گاوسی مکعبی را در نظر بگیرید که مرکز آن بر مرکز این کره قرار دارد. شار الکتریکی عبوری از این سطح مکعبی چقدر است، در صورتی که طول هر ضلع آن (الف) $۴٫۰۰ \mathrm{cm}$ و (ب) $۱۴٫۰ \mathrm{cm}$ باشد؟

۷۵ شکل ۲۳-۶۱ یک شمارنده‌ی *گایگر*[1] را نشان می دهد که وسیله‌ای برای آشکارسازی تابش‌های یونیده‌ای است که موجب یونیده شدن اتم‌ها می‌شوند. یک سیم مرکزی باردار مثبتِ نازک توسط یک پوسته‌ی استوانه‌ای رسانا و هم‌مرکز که دارای باری مساوی ولی با علامت منفی است در بر گرفته شده است، و این موجب یک میدان الکتریکی شعاعی قوی می‌شود. پوسته حاوی یک گاز خنثای کم‌فشار است. وقتی یک ذره‌ی تابشی از طریق دیواره‌ی پوسته وارد این وسیله شود، تعدادی از اتم‌های گاز را یونیده می‌کند. در نتیجه، الکترون‌های آزاد (e) به سمت سیم مثبت کشیده می‌شوند. ولی، میدان الکتریکی به حدّی قوی است که الکترون‌های آزاد در بین برخورد با اتم‌های گاز، انرژی‌ای کافی برای یونیده کردن اتم‌های دیگر نیز به‌دست می‌آورند. بنابراین الکترون‌های آزاد بیشتری ایجاد می‌شوند و این فرایند تا هنگام رسیدن الکترون‌ها به سیم ادامه می‌یابد. این "بهمن" حاصل از الکترون‌های آزاد توسط سیم جمع‌آوری می‌شود و سیگنالی به وجود می‌آورد که برای ثبت عبور ذره‌ی اولیه‌ی تابش به‌کار می‌رود. فرض کنید که شعاع سیم مرکزی $۲۵ \mu\mathrm{m}$، شعاع داخلی پوسته $۱٫۴ \mathrm{cm}$، و بلندی پوسته $۱۶ \mathrm{cm}$ باشد. اگر میدان الکتریکی روی دیواره‌ی داخل پوسته $۲٫۹ \times ۱۰^۴ \mathrm{N/C}$ باشد، بار مثبت کلّ روی سیم مرکزی چقدر است؟



شکل ۲۳-۶۱ مسئله‌ی ۷۵

۷۶ باری به‌طور یکنواخت در سرتاسر حجم یک استوانه‌ی توپُر به طول نامتناهی و شعاع R پخش شده است. (الف) نشان دهید که در فاصله‌ی $r < R$ از محور استوانه

$$E = \frac{\rho r}{۲\epsilon_۰}$$

است که ρ چگالی حجمی بار است. (ب) رابطه‌ای برای E به‌ازای $r > R$ بنویسید.

۷۷ یک پوسته‌ی رسانای کروی دارای بار $۱۴ \mu\mathrm{C}-$ روی سطح خارجی خود و یک ذره‌ی باردار در داخل آن است. اگر بار خالص روی پوسته $۱۰ \mu\mathrm{C}-$ باشد، (الف) بار روی سطح داخلی پوسته و (ب) بار ذره چقدر است؟

۷۸ بار $۶٫۰۰ \mathrm{pC}$ به‌طور یکنواختی در سرتاسر حجم کره‌ای به شعاع $r = ۴٫۰۰ \mathrm{cm}$ پخش شده است. بزرگی میدان الکتریکی در فاصله‌ی شعاعی (الف) $۶٫۰۰ \mathrm{cm}$ و (ب) $۳٫۰۰ \mathrm{cm}$ چقدر است؟

۷۹ آبی در یک نهر آبیاری به پهنای $w = ۳٫۲۲ \mathrm{m}$ و عمق $d = ۱٫۰۴ \mathrm{m}$، با تندی $۰٫۲۰۷ \mathrm{m/s}$ در جریان است. *شار جرمی* آب عبوری از یک سطح مجازی برابر با حاصلضرب چگالی آب ($۱۰۰۰ \mathrm{kg/m^۳}$) در شار حجمی عبوری از آن سطح است. شار

[1] Geiger

جرمی عبوری از سطح‌های مجازی زیر را تعیین کنید: (الف) سطحی به مساحت wd که کاملاً در داخل آب قرار دارد و عمود بر جریان آن است؛ (ب) سطحی به مساحت $3wd/2$ که به اندازه‌ی wd در داخل آب قرار دارد و عمود بر جریان آن است؛ (پ) سطحی به مساحت $wd/2$، که کاملاً در داخل آب قرار دارد و عمود بر جریان آن است؛ (ت) سطحی به مساحت wd، که نیمی از آن داخل آب و نیم دیگر آن در خارج آب قرار دارد و عمود بر جریان آن است؛ (ث) سطحی به مساحت wd که کاملاً داخل آب قرار دارد و بردار عمود بر سطح آن با جهت جریان آب زاویه‌ی $34/0^\circ$ می‌سازد.

۸۰ باری با چگالی سطحی یکنواخت $8/00\,nC/m^2$ روی کل صفحه‌ی xy توزیع شده است؛ باری با چگالی سطحی یکنواخت $3/00\,nC/m^2$ روی صفحه‌ای موازی که با $z = 2/00\,m$ تعریف شده، توزیع شده است. بزرگی میدان الکتریکی را در هر نقطه‌ای با مختصه‌ی z (الف) $1/00\,m$ و (ب) $3/00\,m$ تعیین کنید.

۸۱ یک گوی کروی از ذرات باردار، چگالی بار یکنواختی دارد. بر حسب شعاع R گوی، در چه فاصله‌ی شعاعی (الف) در داخل و (ب) در خارج این گوی، بیشینه‌ی میدان الکتریکی برابر با $\frac{1}{4}$ بزرگی بیشینه‌ی آن میدان است؟